



TITLE:

鉛直に加振した粒状体薄層に見られる表面波(波動現象におけるパターンの生成と特異性)

AUTHOR(S):

佐野, 理

CITATION:

佐野, 理. 鉛直に加振した粒状体薄層に見られる表面波(波動現象におけるパターンの生成と特異性). 数理解析研究所講究録 1998, 1030: 63-73

ISSUE DATE:

1998-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/61838>

RIGHT:

鉛直に加振した粒状体薄層に見られる表面波

農工大・工・応用物理 佐野 理(Osamu Sano)

1. はじめに

砂, 胡麻や小豆などの穀類, 小麦粉などのいわゆる粉体, などに振動を加えると, 流体の場合と類似した対流が発生することは古くから知られていた.¹⁾ このような物質(?)は外力による励起がある臨界値を超えなければ固体, 超えれば流体的な振舞いをする(固液相転移). しかも, この系では粒子間の衝突におけるエネルギー散逸が大きいので, 常に外部から仕事を与え続けなければ流動は直ちに止まってしまう. また, 仮に流動の起こる条件下でも系全体が一様な平衡状態になることは稀である. 通常は固体境界と自由表面が存在するので, このような非一様な境界条件下での粒子集団の運動を調べることに意味がある. さらに, 粒子の大きさ(の分布), 形状や摩擦係数の違いなどによって粒子運動の空間的異方性が, また, 粒子間の何らかの構造の生成消滅によって時間的な不規則性も生じる可能性がある. このように粒状体は大変複雑な系であるが, 近年になって科学上の基礎的な問題として再び注目を集め^{2,3)} 実験的・数值的・解析的研究が急速に進んでいる.

振動する粒状体薄層に見られる波の断面形の時間変動⁴⁻⁹⁾ や粒状体薄層の平面形¹⁰⁻¹³⁾ についてはすでにいくつかの研究報告がある. しかし, 実験条件の違いなどから, 必ずしも統一的な理解に至っているとは言えない段階である. とくに, これらの動的な振舞い, とりわけ層の厚さを減らしていったときに, どのようにして対流から波動に遷移していくか, などに着目した研究は極めて少ないように思われる. 以下ではこれらの点に重点を置き, 実験結果の解析とその解釈を中心に報告する.

2. 実験装置

図1に、本実験で用いた実験装置の概略図を示す。粒状体を入れる容器は浅い円筒(直径106mm, 深さ31mm)及び薄型直方体(縦91mm, 横91mm, 奥行8mm)の2種類である。これを加振機(EMIC, 513-B)の上に垂直に取付け、ファンクション・シンセサイザーとアンプで加振する。今回の実験では、主として粒状体の直径 $d=0.13\pm0.05\text{mm}$, 振動の波形は正弦関数, 振動数 $f=15\sim45\text{Hz}$, 振幅 $a=1.1\sim2.1\text{mm}$ の結果を示す。粒状体の動きは高速ビデオカメラ(Photron, HVC-11B)で撮影し、後に画像解析を行なった。

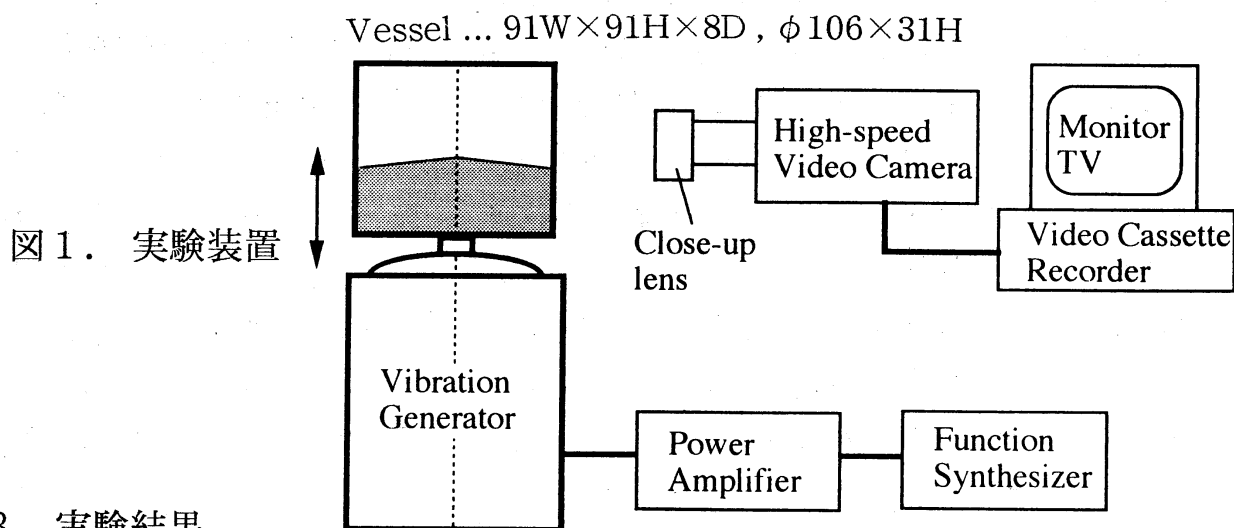


図1. 実験装置

3. 実験結果

一般に、粒状体の振舞いは、粒径 d や形(の分布), 密度 ρ , 摩擦係数 γ , 粒状体の層の厚さ H , 縦横のアスペクト比 W/H , 振動数 f , 振動振幅 a , などに依存する。我々の実験では粒子としてほぼ単一径の一様な球形ガラスビーズを用いているので d , ρ , γ などは固定されている。また容器の側壁の影響は、そこから粒子数個分の距離までしか現れないことが予備実験で明らかになっている(粒状体の対流に対しては側壁の影響は極めて重要であるが、これから示す自由表面の波動に対してはその限りではないようである)。したがって、ここでとくに重要となるパラメーターは振動の加速度と重力加速度の比 $\Gamma=4\pi^2af^2/g$ (g は重力加速度), および粒状体の層の厚さ $\eta=H/d$ である。

(1) 粒状体の流動化

粒状体を上下に加振すると、 Γ が1を超えたときに流動化すると予想される。図2は流動化が起こる振動数と振幅の関係を示したもので、実験値は $\Gamma_c = 1.01 \pm 0.03$ であった。この臨界曲線の下では固体的、上では流体的である。種々の粒状体で実験した結果、 $\Gamma_c \approx 1$ の関係は、粒子の種類(大きさ、形、密度)に依らず成り立つ。また層の厚さ H に依存しないという結果は、底壁で与えられた運動量が衝突によって次々と上方に伝えられ、この音波の伝播によって最終的には最上層の粒子が動くことと解釈することにより容易に理解される。

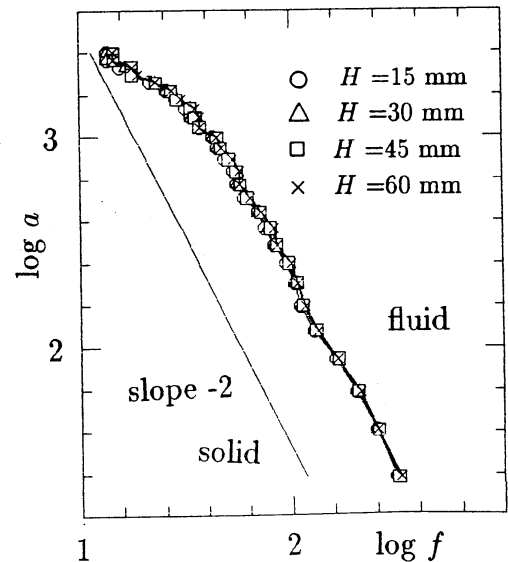


図2. 臨界流動曲線

(2) 粒状体の対流

加振の加速度を増加させると対流が発生する。図3は、初期に白黒の胡麻を層状に並べ加振したものの時間変化で、 $H=30\text{mm}$, $a=5\text{mm}$, $f=9\text{Hz}$ ($\Gamma=1.63$)である。一種の「引き伸ばしと折り畳み」の繰り返しによって混合が進んでいくように見える。図4はこれをセル・オートマトンの数値計算したもので、この対流の様子がほぼ再現されている。

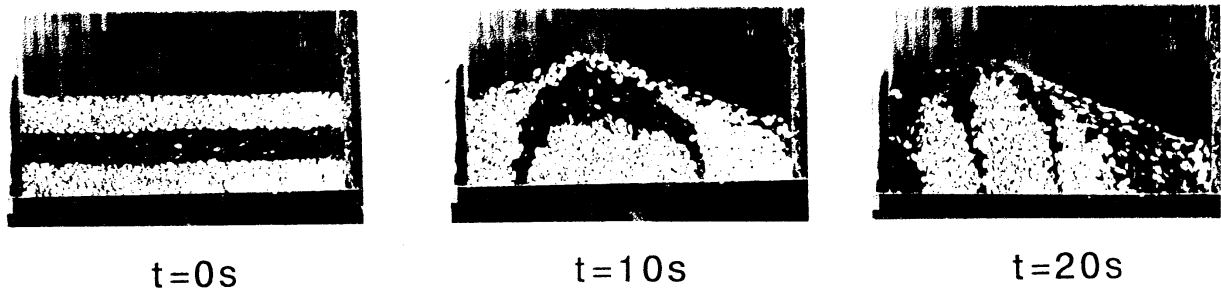


図3. 胡麻の対流 : $H=30\text{mm}$, $a=5\text{mm}$, $f=9\text{Hz}$ ($\Gamma=1.63$)

また、図5は粒子の軌跡を追ったもので、中央の山の部分では下から粒子が上昇し、自由表面に達したところで急速に斜面を転がり落ち、側壁

に沿って下降する。やがて底面に達すると向きを変え、底面中央付近にゆっくりと移動していく。

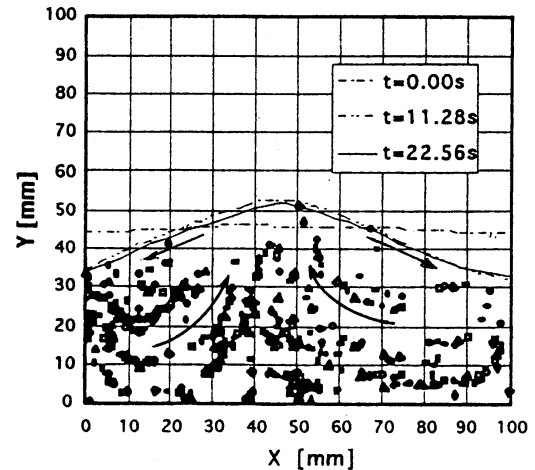
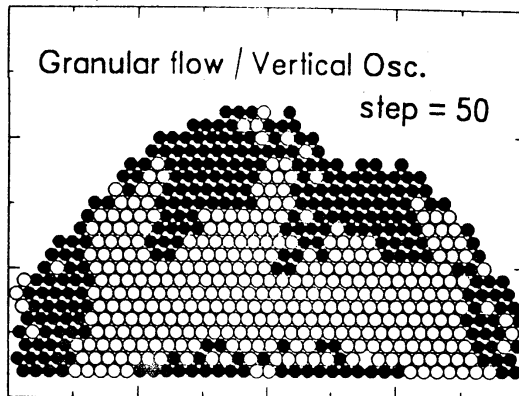


図4. 対流の数値シミュレーション 図5. 粒状体の軌動 ($\Gamma=1.52$)

(3) 粒状体の対流から波動へ

一例として図6に $H=9\text{mm}$ ($\eta=69$), $f=35\text{Hz}$ の場合で(a) $a=0.43\text{mm}$, $\Gamma=2.12$, (b) $a=0.92\text{mm}$, $\Gamma=4.54$ の粒状体の振舞いを示す。

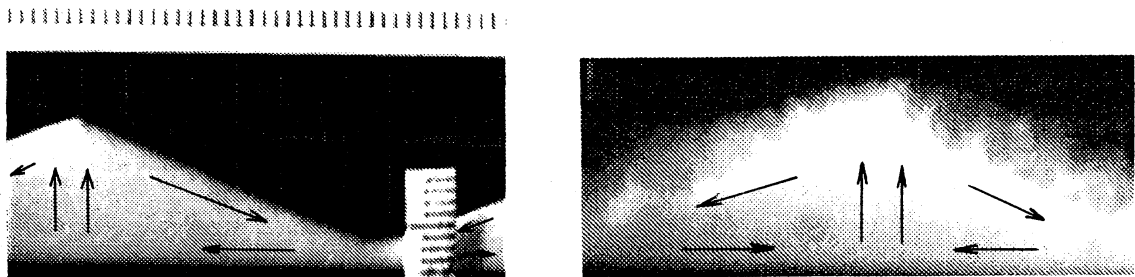


図6. (a) $\eta=69, \Gamma=2.12$

(b) $\eta=69, \Gamma=4.54$

図6(a)ではいくつかの山と谷を伴った定常的な対流が観測される。これに対して、図6(b)では自由表面に形成された微小な凹凸が粒状体内部に生じている対流に乗って移動する(斜面に沿って下っていく)のが観測される。さらに詳しく見ると(a)のような定常対流は $\Gamma \approx 2.3$ 以下で、また(b)のような波動は $\Gamma \approx 3.5$ 以上で顕著になっているようである。

(4) 粒状体表面波の断面の時間変動

層がさらに薄くなり振動の加速度も大きくなると、ほぼ定在波的な波動が観察される．図7は直径 $d=1.0\text{mm}$ のガラスビーズで $\eta=10$ ($H=10\text{mm}$), $\Gamma=6.0$ ($f=17.2\text{Hz}$, $a=5.0\text{mm}$) の場合の、また図8は直径 $d=0.13\text{mm}$ のガラスビーズで $\eta=8$ ($H=1\text{mm}$), $\Gamma=5.3$ ($f=40\text{Hz}$, $a=0.82\text{mm}$) の場合の自由表面の時間変化を示したものである．

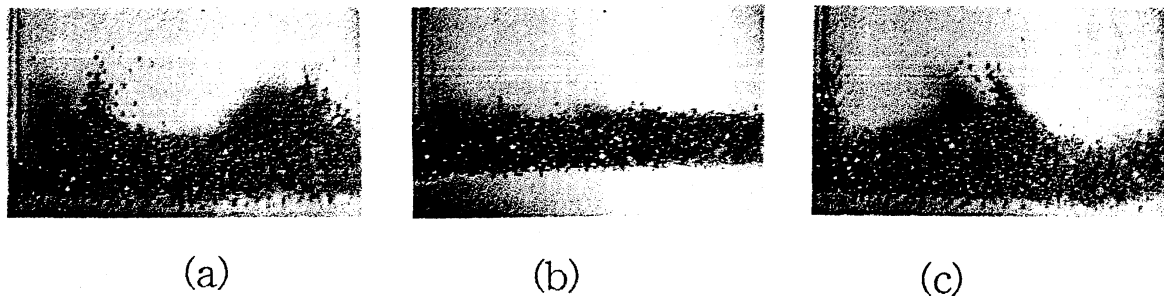


図7. ガラスビーズ(直径 $d=1.0\text{mm}$)に見られる定在波;
 $\eta=10$, $\Gamma=6.0$

図7(c)は(a)から約0.06秒後(これは振動の周期 $T=1/f=0.058\text{ s}$ にほぼ等しい)の、(b)はその中間の時刻での画像を示している．また、図8では各コマの間の時間間隔が2.688ms、振動の周期は $T=1/f=25\text{ms}$ である．したがって、例えば1111フレームに対してから1120～1121フレーム目が振動の1周期後の画像に対応する．また、各写真の左端の目盛りは1mm間隔である．両者に共通して言えることは、外部振動の周期の2倍の周期で同じ波形が繰り返す、いわゆるパラメトリック励振であること、波の振幅と波長がほぼ同程度であること、とくに山の部分はカスプを生じたり非常に急激な立ち上がりを伴ったりしていること、および側壁の影響は極めて狭い領域に限られていること、などである．

図9は、図8と同様にして測定した $\Gamma=5.4$ ($f=35\text{Hz}$, $a=1.1\text{mm}$) の場合において、自由表面の輪郭を画像処理により取り出したもので、空間的な周期性やパラメトリック励振の様子が確認できる．また図10は、同じデータに対していくつかの固定点での時間変動を調べたものである．

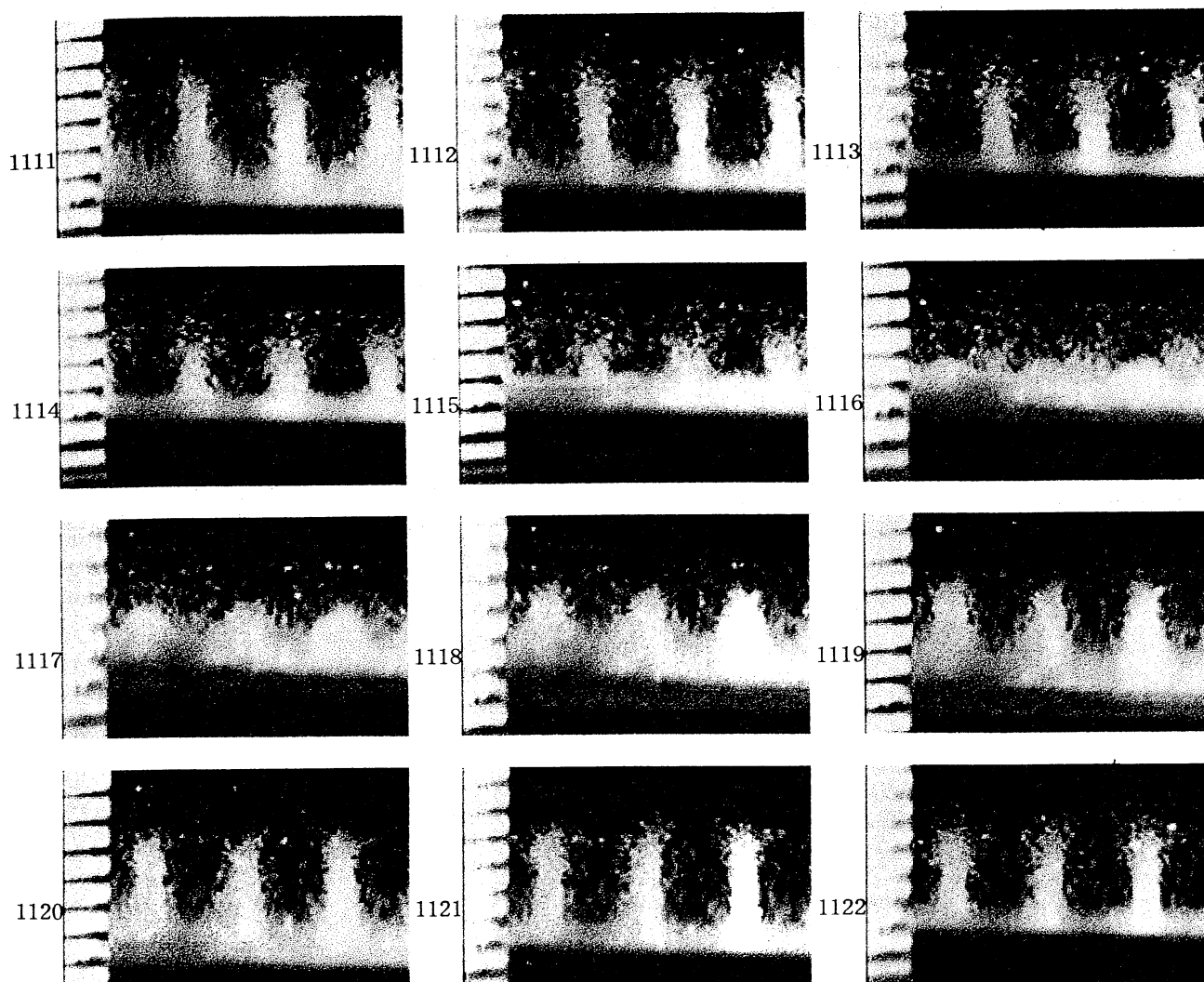


図 8. ガラスビーズ(直径 $d \doteq 0.13\text{mm}$)に見られる定在波;
 $\eta \doteq 8, \Gamma = 5.3$



図 9. 自由表面の輪郭; $\eta \doteq 8, \Gamma = 5.4 (f=35\text{Hz}, a=1.1\text{mm})$

ある時刻に振幅がピーク値をとった空間座標を x_1, x_3 , その中間でもっとも層の厚さが薄かった座標を x_2, x_4 として, 層の厚さ $\Delta y_i (i=1, \dots, 4)$ を縦軸に示している. これから, 空間的・時間的な周期性が確認できる. また, 層の厚さは, 容器の正弦波動的な上下振動と異なり, 実際には薄い方への変化が頭打ちになって波形が平坦になること, また厚みを増す方への変化は三角波に近いこと, などの特徴があげられる.

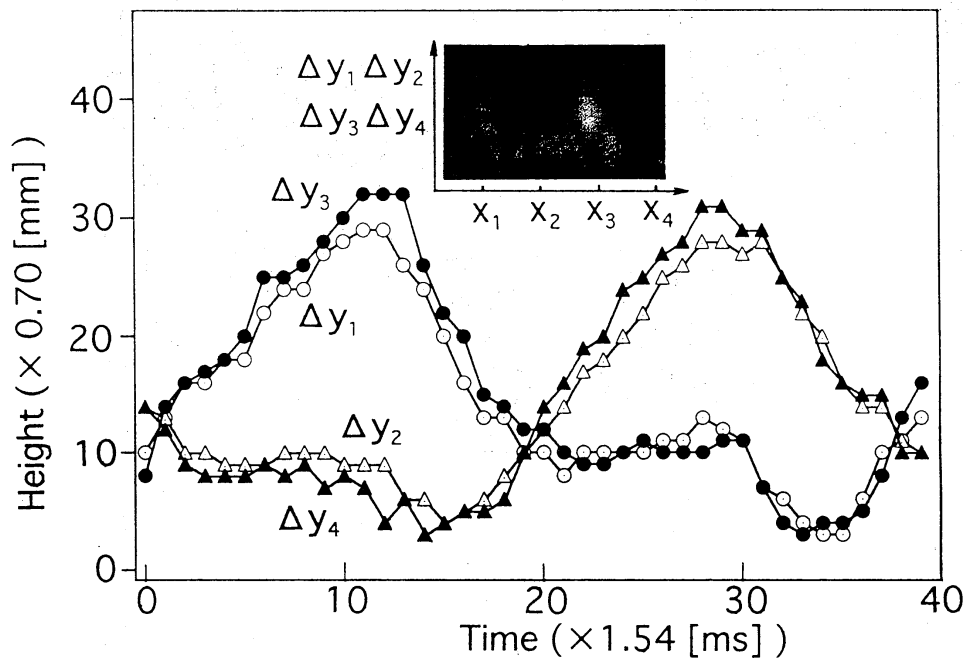


図 10. 自由表面の時間変化 ; $\eta \doteq 8$, $\Gamma = 5.4$ ($f=35\text{Hz}$, $a=1.1\text{mm}$)

さらに高い Γ の値になると, 層全体がうねると同時に局所的にburstのようなピークをもつ不規則な波動が生じる. 図 11 は直径10mmのガラスビーズで $\Gamma=6.7$ ($f=18.2\text{Hz}$, $a=5\text{mm}$)とした場合の結果である.

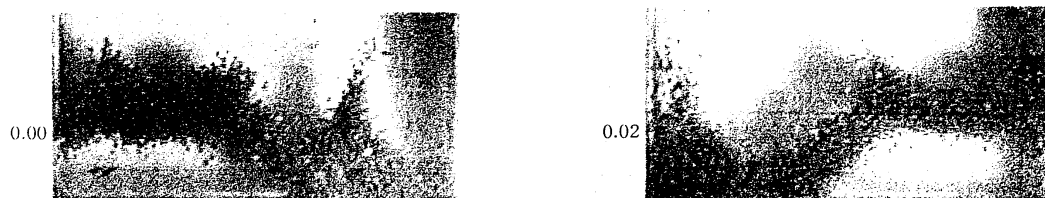


図 11. 粒状体薄層の時間変動 ; $\eta=10$, $\Gamma=6.7$ ($f=18.2\text{Hz}$, $a=5\text{mm}$)

(5) 粒状体表面波の平面形

粒状体薄層を広めの円筒形容器に入れ上下に加振すると、今度は平面的なパターンが観測される。図12は直径0.13mmのガラスビーズを用

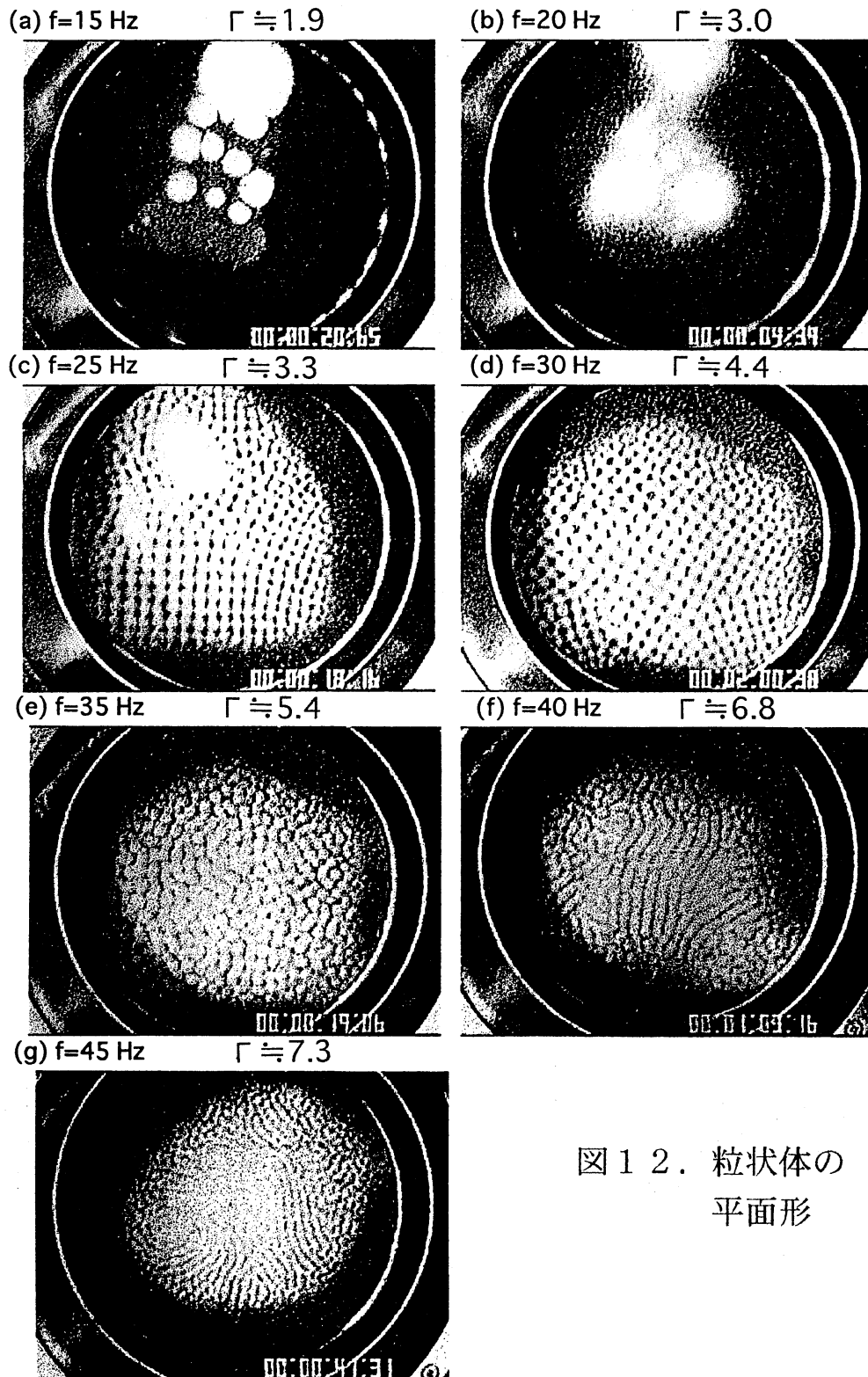


図12. 粒状体の
平面形

い、 $\eta \simeq 5$ 程度の場合にパターンの Γ 依存性を示したものである。低い Γ の値ではパッチ状の塊が、 $\Gamma \simeq 3.5$ 付近では規則正しい正方形セル・パターンが見られる。 $\Gamma \simeq 4.5$ 以上になるとこの規則性は崩れ、 $\Gamma \simeq 6$ 付近から縞状のパターンが見られる。図13は正方形セル・パターンの形成過程を高速ビデオカメラで捕えたものである(1コマあたり1/372秒)。写真のはじめと終わりで、ほぼ外部からの振動の1周期であり、両者の空間的位相が 180° 違うことに注目されたい。したがって、この場合もパラメトリック励振によるパターン形成であること、すなわち(4)述べた1次元的な波動が直交する2方向に重なったものと考えられる。

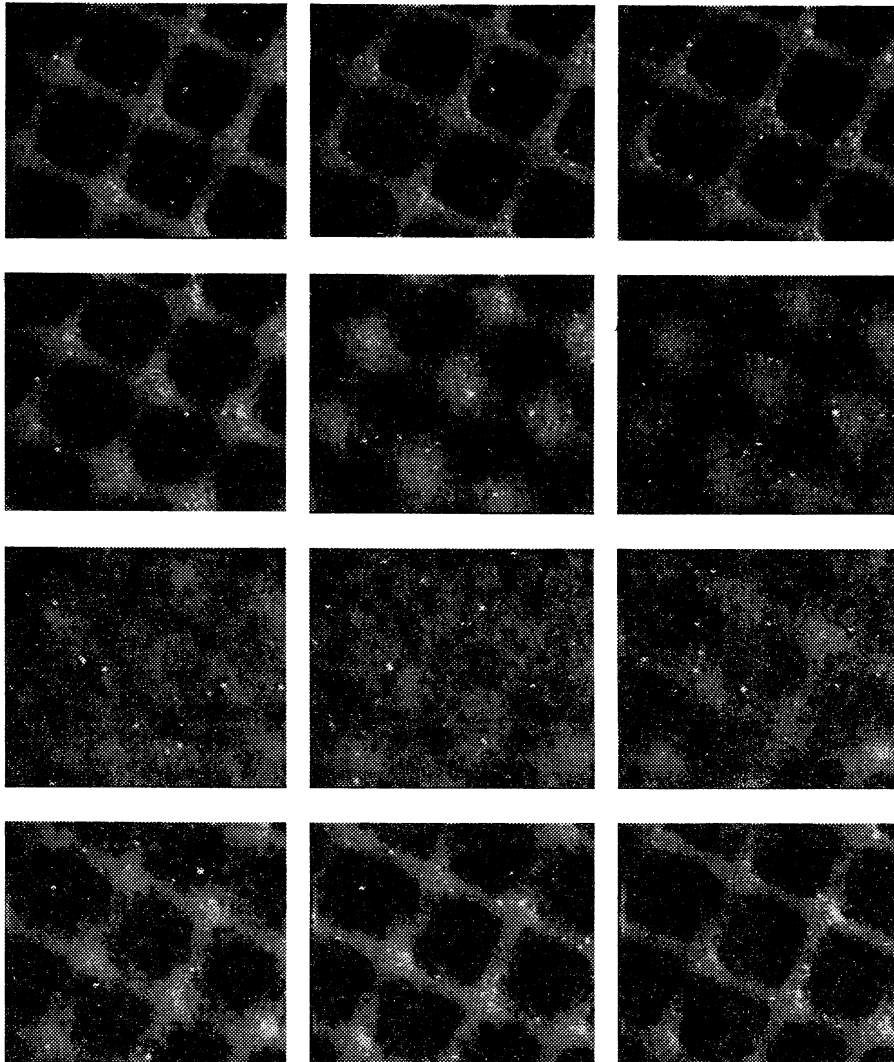


図13. 正方形セルの形成; $\Gamma \simeq 4$ ($f=35\text{Hz}$)

(6) 正方形セル・パターンのスケール

Γ のある値の範囲内で正方形セルが観測されると述べてきた。これについて若干の補足をしておく。これまでとくに断らなかったが、実験はすべて大気圧、湿度が60%程度の環境で行なったものである。まず、直径0.13mmのガラスビーズで $\eta \approx 5$ 程度の場合に、4角形セルの観測された領域を図14に示す。図14(a)は f - a 平面で、(b)は f - Γ 平面で示したものであるが、2つの曲線にはさまれた比較的狭い領域がそれである。これからわかるように、パターンの指定に Γ は重要であるが、それだけでは不十分である。

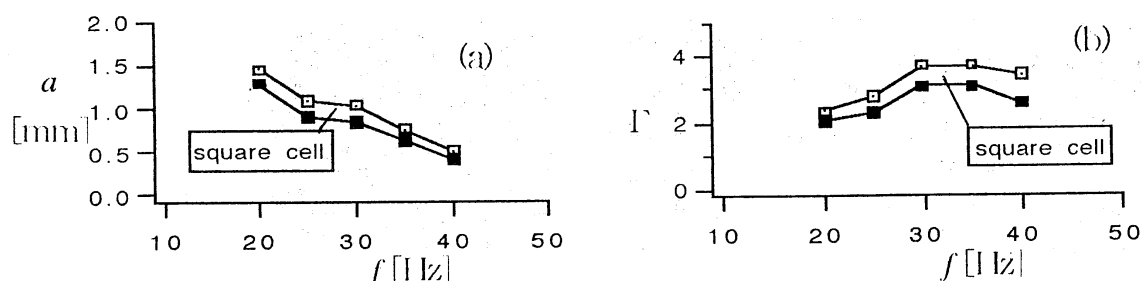


図14. 正方形セル・パターンの観測領域

この場合に観測される4角形の2辺の長さは実験の精度の範囲内で一致し、また直交している。また、円筒容器の側壁の影響は側壁のごく近傍に限られている。そのために、正方形の辺の向きは何らかの偶然的要素で決まり、同一条件の実験を繰り返すたびに異なる。

次に、正方形セル・パターンサイズ λ の振動数・振幅依存性を図15(a)(b)に示す。 λ は「振動数が小さいほど、また振幅が大きいほど...(*)」大きい。これは、底面の上昇によって上方に加速された粒子が、(*)の場合により遠くまで飛行することができるからと解釈できる。

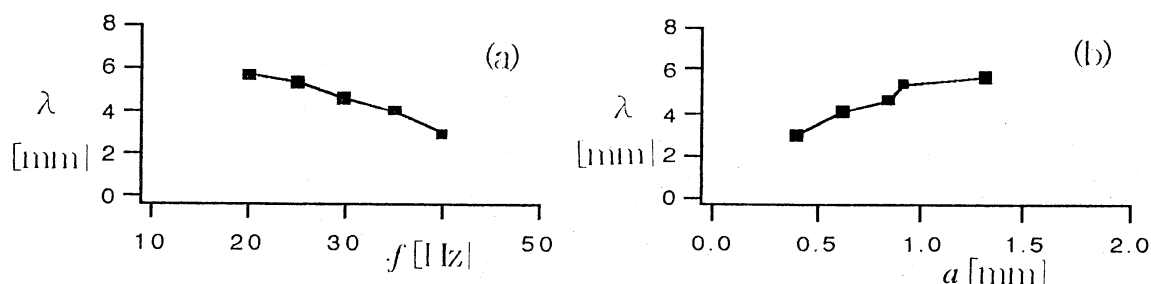


図15. 正方形セルのスケール λ の f , a 依存性

4. 議論

今回は実験的な観測結果を示し、定性的な解釈にとどめたが、これを定量的・数理的なベースに乗せることが急務であると思われる。分子動力学的なアプローチと流体力学的なアプローチの双方の長所を生かす方法は何か？基礎方程式は何か？など大問題が解決されていない段階で、残されている課題はあまりに大きい。また、個別の問題として、パターンのスケールが何で決まるのか？また、パターン選択はどうなっているのか？粒状体の粒径 d や形(の分布)、密度 ρ 、摩擦係数 γ 、粒状体の層の厚さ H 、縦横のアスペクト比 W/H 、振動数 f 、振動振幅 a 、などとの関係は？汲み尽くせない疑問があとからあとから湧いてくる状況である。

参考文献

- (1) M.Faraday : *Philos. Trans. R. Soc. London* 52, 299 (1831).
- (2) H.M.Jaeger & S.R.Nagel: *Science* 255,1523(1992);
Rev.Mod.Phys. 68,1259 (1996).
- (3) G.B.Lubkin : *Phys.Today* 48 (no.10), 17 (1995)
- (4) S.Duady, S.Fauve & C.Laroche: *Europhys. Lett.* 8,621(1989).
- (5) H.K.Pak & R.P.Behringer : *Phys.Rev.Lett.* 71, 1832(1993)
- (6) A.Goldshtein, M.Shapiro, L.Moldavsky & M.Fichman: *J.Fluid Mech.* 287, 349(1995)
- (7) E.Clement, L.Vanel, J. Rajchenbach & J.Duran : *Phys. Rev.* E53, 2972(1996).
- (8) S.MacNamara & W.R.Young: *Phys.Fluids* A5,34(1993).
- (9) K.M.Aoki & T.Akiyama : *Phys. Rev. Lett.* 77, 4166 (1996).
- (10) F.Melo, P.Umbanhowar & H.L.Swinney : *Phys.Rev.Lett.* 72, 172 (1994).
- (11) F.Melo, P.Umbanhowar & H.L.Swinney : *Phys.Rev.Lett.* 75, 3838 (1995).
- (12) P.Umbanhowar, F.Melo & H.L.Swinney: *Nature* 382, 793(1996).
- (13) T.H.Metcalf, J.B.Knight & H.Jaeger: *Physica A*236, 202(1997).